# 数学的問題解決におけるメタ認知的活動を促す学習支援

中澤　啓介（教育実践コース）

## １　はじめに

数学では，問題解決学習という方法論が用いられている。生徒は自力解決の過程で自分なりに数学的に考え，集団での練り上げをとおして，数学的な知識を構成する。しかし，自力解決を進めることができる生徒は一部に限られてしまっている。

この課題に対して、本研究では生徒のメタ認知に着目する。メタ認知は，認知についての認知で，認知をもう一段上からとらえることであり，「もう一人の自分」と表現されている（三宮，2022)。生徒は自分自身の状況を監視しながら自力解決を制御することで問題解決を進めている。したがって，メタ認知をうまく働かせることができれば，自力解決を進めることができる生徒が増えると考えた。

本研究の目的は，中学校数学授業で，どのような学習支援が，生徒のメタ認知的活動そして自力解決を促進しうるのかを明らかにすることである。

## ２　問題解決学習とメタ認知

(1)　問題解決におけるメタ認知の働き

メタ認知は，その機能によって「メタ認知的知識」と「メタ認知的活動」に大別される（三宮，2022)。このうち，問題を解決する過程で働くメタ認知は「メタ認知的活動」である。「メタ認知的活動」は，さらに認知状態を監視する働きである「メタ認知的モニタリング」と認知状態を制御する「メタ認知的コントロール」の２つの要素に分けられる。自力解決をうまく進めることができる生徒は，問題解決の過程で，メタ認知的モニタリングとメタ認知的コントロールのサイクルをうまく回すことができていると考えられる。

(2)　問題解決過程とメタ認知的活動

問題解決学習は，「問題提示・課題把握」・「自力解決」・「集団討議・練り上げ」・「まとめ」の４つの相から構成される（真野ら，2019)。また，三宮（2022）は学習段階を「事前段階」「遂行（事中）段階」「事後段階」の３つに分け，それぞれの段階におけるメタ認知的活動の機能を整理している。これらの関係から，問題解決におけるメタ認知的活動を表１のように整理した。

**表１　問題解決におけるメタ認知的活動**

| |
|---|
| 「問題提示・課題把握」<br>・課題の困難度を評価，課題達成可能性を予想<br>・目標設定，計画，方略選択 |
| 「自力解決」<br>・課題の困難度を再評価，課題遂行や方略の点検，課題達成の予想と実際のズレを感知<br>・目標修正，計画修正，方略変更 |
| 「集団討議・練り上げ」「まとめ」<br>・課題達成度の評価，成功や失敗の原因分析<br>・（次回への）目標再設定，再計画，方略再選択 |

## ３　他者とのかかわりに着目した学習支援

(1)　本実践の手立て

メタ認知を促す支援について，教師や仲間といった他者の重要性が指摘されている（三宮，2008)。これに基づき，次の２つの手立てを設定した。

①　メタ認知を促す授業者の発問

②　生徒同士の意見交換の場の設定

(2)　メタ認知を促す授業者の発問

提示された問題によって生じた既知と未知との「ズレ」に気づかせ，連続的にメタ認知的なモニタリングとコントロールを機能させ，生徒が課題を解決するための見通しをたてられるようにする。そのためにメタ認知的モニタリングを焦点化させる問いを段階的に生徒に与える。

(3)　生徒同士の意見交換の場の設定

他人に何かを伝えるときには，自分で自分の認知状態を把握する必要があり，表現することで思考が整理されたり，相手の考えから自分の考えの妥当性を確認したり，考えを修正したりするメタ認知的活動が無意識のうちに起こる。課題の進捗状況を伝え合い，アドバイスを伝え合うことを目的とした，生徒同士の意見交換の場を設定する。

(4)　本実践の分析方法

生徒のメタ認知を表出させるために，自力解決中に頭に浮かんだことを書き出す「ふきだし」（図１）を用いた。

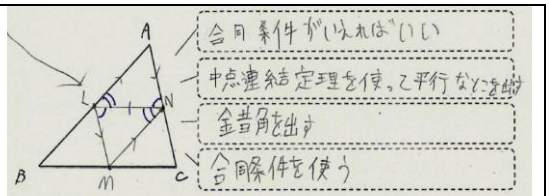


**図１　本実践で用いた「ふきだし」**

(5)　実践Ⅰ「中点連結定理の利用」

①　授業設計

任意の三角形の３辺の中点同士を結ぶとどのようなことがいえるかを予想し，予想したことがらを生徒が既習の図形の性質を用いて説明する。

実際にいくつかの三角形に線分をかき込む活動から，予想をもった生徒に対して，自明なものと自明でなく証明が必要なものを区別するよう指示する。証明に用いる合同条件や相似条件が，決め切れない状況にあることに，気付かせる問いかけをする。

| **手立て①　メタ認知を促す授業者の発問** |
| --- |
| ・どのような条件を満たすと，合同や相似がいえるのか？<br>・３つある条件のうち，どれを使ってもよいのか？ |

生徒は自力解決の過程で，中点連結定理が適用できることを見いだし，証明を進めると考える。自力解決の後半で，意見交換の場を設定する。

| **手立て②　生徒同士の意見交換の場の設定** |
| --- |
| 少人数グループで，自力解決の進捗状況を伝えたり，自力解決で困難さを感じていることを伝え合ったりする活動を設定する。 |

このとき,新たに頭に浮かんだことを「ふきだし」に赤字で追記させる。説明の続きを記述したり，説明を修正したりする時間を設ける。学級全体で証明をいくつか紹介し合い,「なぜ,合同や相似であることを説明できたのか？」と問うことで，中点連結定理を活用すればよかった点に着目させる。

②　授業の実際

2022 年 12 月７日に公立中学校で実施，生徒数は 32 名。授業データは，後方から撮影したビデオ，ワークシート，授業者の見取りに基づく。

**＜問題提示・課題把握＞**

生徒は複数の三角形に中点を結ぶ線分をかき，ア「三角形が４つに分かれること」，イ「４つの三角形が似ている（合同な三角形ができる）こと」，ウ「大きな三角形と小さな三角形が相似になっていること」を見いだした。アは間違いないが，イとウは間違いないとは言い切れないことから証明する必要があることが確認された。手立て①に対して，生徒は，合同条件や相似条件と答えたが，２つ目の問いに対しては，沈黙ののち「どれでもいい」と答えた。授業者は,「どの条件を使えばよいか判断できないから困ってるんだよね」と状況を整理し,合同や相似を証明するように指示した。

**＜自力解決＞**

生徒は「ふきだし」に頭に浮かんだことを記述しながら,既習の中点連結定理を適用することで,新たな情報が得られることを見いだしていった。意見交換では，自力解決の過程を伝え合い，お互いに質問し合う姿が見られた。図に平行四辺形を見いだしたという意見に関心をもった生徒は，その後の自力解決で平行四辺形を用いた方法を試す様子が見られた。

「ふきだし」に記述があった生徒は 21 名であった。「ふきだし」に記述が無かったが，合同や相似の説明を記述していた生徒は３名,「ふきだし」にも説明にも記述が無かったが三角形の図に長さや角度が等しいことを示す印や数値を書き込んでいる生徒は３名，書き込みや記述が一切ない生徒は５名であった。また,「ふきだし」に赤字で追記をしていた生徒は 10 名であった。赤字で追記した生徒は，説明を修正していた。

③　授業の考察

「ふきだし」に記述したり,図に印をつけたり,説明を記述したりした生徒は 32 名中 24 名であった。多くの生徒が，合同条件や相似条件を適用させるために必要な情報を図から読み取ろうとしていたことから，手立て①によって生徒は自力解決のための見通しをもち，自力解決を進めていたといえる。また,「ふきだし」に赤字で追記をしていた生徒が 32 名中 10 名いたことから，手立て②によって，解決のための計画を変更するメタ認知を機能させていたと解釈できる。これらの生徒に限らず，説明の続きを記述したり，説明を修正したりする生徒が見られ，生徒は自力解決を進めることができた。

(6)　他の学習場面への適用からみえた課題

同様の学習支援を第２学年「連立方程式の加減法」で実施した（2023 年６月 15 日)。しかし，この授業では，自力解決を進めることができた生徒は一部に限られた。他者とのかかわりに着目した学習支援だけでは，生徒のメタ認知的活動がうまく機能しなかった。このことから、単元や教材，生徒の知識や技能に応じた学習環境支援が必要であることがわかった。

## ３　操作的活動を充実させる学習環境支援

(1)　手立て：操作的活動

中学校数学では，算数で構成された数学的概念を対象化し，さらに抽象化，一般化する。そのため，数学は算数よりも抽象的な概念を扱う。特に中学１・２年生は，抽象的な概念を扱うことに不慣れであり，認知的負荷が大きく，メタ認知が働きにくいと考えた。

中原（2008）は，ＥＩＳ原理を基盤に，算数・数学教育における多様な表現方法を,「現実的表現」

「操作的表現」「図的表現」「言語的表現」「記号的表現」の５つに類型化・体系化している。この表現体系では，５つの各表現が具体的から抽象的な表現へと展開しており，それに伴い認識が上昇するとされている。

抽象的な数学的概念を，文字や式といった抽象的な表現を対象として思考するよりも，各種の教具などで動的な操作を施す操作的表現を対象とする方が，抽象度が低く思考しやすい。したがって，操作的活動を充実させる学習環境の整備によって，生徒のメタ認知が働きやすくなると考えた。

(2)　実践Ⅱ「連立方程式の加減法」

①　授業設計

本時では，連立方程式$\begin{cases} 2x + 5y = 1040 \\ x + y = 220 \end{cases}$の解法を追究する。連立方程式は文字や式で表現されているため，抽象度が高い。記号的表現を「文脈化」によって現実的表現へ，「文脈に基づく図式化」によって操作的表現へと変換することで抽象度を下げ，生徒の操作的活動を充実させる。本時で用いた文脈と図式は図２のとおりである。

**文脈**

みかん２個とリンゴ５個で 1040 円の C セット

みかん１個とリンゴ１個で 220 円のＤセット

**図式**


図２　文脈と図式

生徒は自力解決をとおして，みかん１個とリンゴ１個の値段を求める方法を追究していく。図式を連立方程式に戻し，解決過程を振り返ることで等式の計算としてまとめる。

②　授業の実際

2023 年６月 22 日に公立中学校で実施，生徒数は 28 名。授業データは，ワークシートへの記述と抽出生徒１名の見取りに基づいている。また，分析対象は，抽出した生徒１名とする。

**＜問題提示・課題把握＞**

文脈化された問題と問題を図式化したものを授業者が提示し，みかん１個とリンゴ１個がそれぞれいくらになるか問いかけた。「求められない」という生徒の返答に対し，授業者はどうして求めることができないのかと問いかけると，抽出生徒は「相殺できない」「（Cセットから）Dセットを取っても，みかんが消えない」と説明した。その後，授業者は，みかんかリンゴだけになれば１個の値段を求めることができることを生徒とのやり取りをとおして確認し，「みかんかリンゴだけにするにはどうしたらよいだろうか」と問いかけ自力解決をするように指示した。

**＜自力解決＞**

生徒は，机間巡視中の授業者に「Dセットをもう１つ持ってくればよくない？」と自分から話し始めた。授業者が「どういうこと？」と問いかけると，生徒はワークシートに印刷された図のDセットの下部に丸印をかき加え，「Dセットを増やして（CセットからDセット２つ分を）引くと，みかんが相殺されてリンゴだけになる」と説明し，図３のように２つのセットのみかんとリンゴを１対１に対応させる矢印と「引く」という文字を書き加えた。

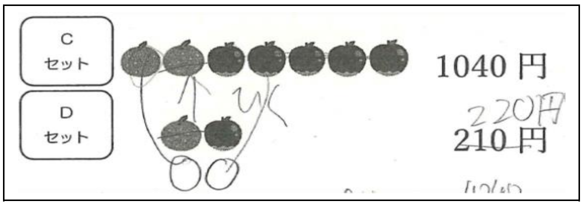


図３　抽出生徒のワークシート

②　授業の考察

抽出生徒は，授業者の働きかけによって，前時の操作をそのまま当てはめても解決できないことに気付き，「相殺できない」と表現した。さらに「みかんが消えない」と自分の考えを詳しく説明していた。自力解決では，文脈に基づいて「セットごと増やす」アイデアを思いつき，実際に手を動かしてワークシートに図や矢印をかき足して自力解決をする行動が見られた。「文脈化」や「文脈に基づいた図式化」により，抽象度を下げ操作的活動を進めやすい環境を設定した結果，この生徒は自分自身の考えを監視したり，解決のための計画を立てたり，方略を選択したりするメタ認知を働かせていたと考えられる。

(3)　実践Ⅲ「反比例のグラフ」

①　授業設計

図的表現であるグラフは，紙とペンを用いながら操作的に活動することを可能にするが，座標を求めるために計算する必要があったり，座標平面上の限られた範囲しか表現できなかったりして，操作的活動が制限されてしまう。そこで，操作的活動を拡張するために「GeoGebra」を使用する。

２時間目である本時では，$y = \frac{6}{x}$ のグラフのうち $1 \leqq x \leqq 6$ の範囲が曲線になることを追究した前時に続き，$x$ の変域をすべての実数まで拡張したときのグラフがどのような曲線になるかを GeoGebra を用いて追究する。

② 授業の実際

2023 年 11 月 29 日に公立中学校で実施，生徒数は 27 名。授業データは，後方から撮影したビデオ，GoeGebra の画像，ワークシート，授業者の見取りに基づいている。また分析対象は，抽出した３名の生徒とする。

**＜問題提示・課題把握＞**

前時で学習した $y=\frac{6}{x}$ （1≦$x$≦6）のグラフを提示し，「$y=\frac{6}{x}$ のグラフはこれで完成ですか？」と問いかけ，「いいえ，このあと，まだまだ続けられるからです」という生徒の返答を受けて，「グラフは全体としてどのような曲線になるか」と解決すべき課題を焦点化した。前時の追究活動に GeoGebra を用いたことを想起させた。

**＜自力解決＞**

生徒の追究活動が進みつつある状況を見取り，授業者は追究の対象，方法，結果をワークシートに記述するように指示し，意見交換の場を設定した。その後に，再度，自力解決する時間をとった。

生徒 A は，「本当に，何がわかったかわからない」とつぶやき，GeoGebra を再度操作した。しばらくして，授業者に「数が増えていくと曲線が緩くなって，伸び幅が縮んでいる」と考えを伝え，ワークシートに記述を始めた。

生徒Ｂは，図４のように $x$ 座標に数値を代入し点を表示していた。意見交換の活動で「グラフをのばしていくと円のようになると思っていたけど，円にならなかった」と他の生徒に話していた。

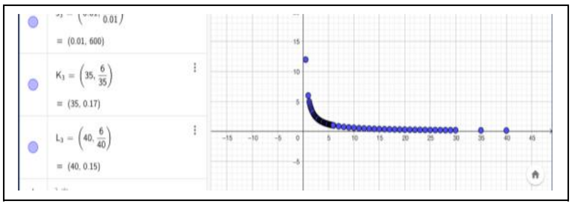


**図４　生徒 B の GeoGebra の画像**

生徒Ｃは，図５のように記述していた。この生徒は，本来できるはずのない位置にグラフをかいていたが，意見交換で他の生徒の発言を聞き，直

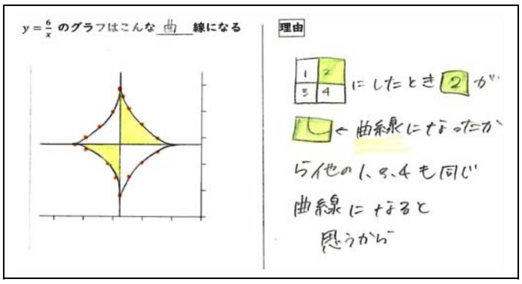


**図５　生徒Ｃのワークシート**

後に GeoGebra を操作し始めた。$x$ 座標が負の数になるときの点を表示し，自分の考えに誤りがあったことに気づき，頭を抱えていた。

③ 授業の考察

生徒ＡとＣは，自分自身の状況を俯瞰した直後に GeoGebra を操作していた。すぐに操作的活動ができる環境が整っていたため，もう一度点を表示させて確かめてみようというメタ認知的コントロールをすぐに実行できた。生徒Ｂは，反比例のグラフは円になるという予想を確かめる行動を起こし，予想を修正して円にはならないという結論に至っていた。GeoGebra によって操作的活動の幅が広がったことによって，$x$ の値を大きくしたときの点を調べようというメタ認知的コントロールをすぐに実行に移すことができたと考える。

GeoGebra を用いることによって，自力解決における生徒のメタ認知的活動を繰り返し起こしやすくしていたと考えられる。

## ４　総合考察

本研究では，生徒の自力解決を促す学習支援を明らかにすることを目的とし，中学校数学の授業でどのような学習支援をすることによって生徒のメタ認知的活動を促し，自力解決を進めることができるようになるのかを考察してきた。これまでの実践をとおして，他者とのかかわりに着目した学習支援と操作的活動を充実させるための学習環境支援が生徒のメタ認知的活動を促すことが明らかになった。

今後の課題は２点ある。１点目は，生徒が自力解決するための見通しについての支援を明らかにすることである。２点目は，操作的活動を充実させる学習環境支援の他領域での展開可能性を探ることである。

＜引用文献＞

真野祐輔・溝口達也・熊倉啓之・大滝孝治（2019）「数学的活動に基づく学習指導の設計」，岩崎秀樹・溝口達也（編著）『新しい数学教育の理論と実践』，pp. 62-106，ミネルヴァ書房.

中原忠男（2008）．第１章「算数科・PISA 型学力の考察」，中原忠男（編著）『算数科 PISA 型学力の教材開発＆授業』，pp. 9-23，明治図書.

三宮真智子（2008）．第２章第１節「新しい学習研究の鍵となるメタ認知」，三宮真智子（編著）『メタ認知　学習力を支える高次認知機能』，pp. 17-21，北大路書房.

三宮真智子（2022）．『メタ認知　あなたの頭はもっとよくなる』，中公新書クラレ.