中学校数学科の授業における生徒の主体的な学びに関する実践研究

～「数学のよさ」,「数学の面白さ」に着目して～

尾崎　帝士郎（教育実践コース）

１　本研究の目的と方法

（1）　中学校における主体的な学びの課題

国際教育到達度評価学会は,「国際数学・理科教育動向調査（TIMSS2019）」で数学に対する意識を調査している。日本の中学生は「数学は楽しいか」という質問に肯定的な回答をしている生徒は56％で，前回調査より向上しているものの，国際平均の70％と比べ14ポイント低いという結果が出ている。

この一連の結果を踏まえ現行学習指導要領（文部科学省，2017）では，全ての教科等の目標及び内容を「知識および技能」,「思考力，判断力，表現力等」,「学びに向かう力，人間性等」の３つの柱で再整理し,「学びに向かう力，人間性等」のような情意的な側面も育むべき資質・能力の１つとして明確に位置付けた。現代の教育現場ではこれまで以上に主体的な学びが重視される傾向がある。

（2）　研究目的と方法

上記課題を踏まえ，中学校数学科において生徒が主体的に学ぶことができる授業を理論的な視点から省察し，実践上の課題を見出し，改善することを目的とする。本研究では，学習課題を生徒の問いから構成し数学的に活動することを重視した授業を設計・実践する。そして，記録映像，ワークシートの記述，振り返り，アンケートの記述から生徒の数学に対するよさや面白さへの捉えや変容を考察する。

２　研究仮説

生徒が主体的に数学の授業に取り組むためには,数学の学習が楽しいと感じる必要があると考えた。そのためには，数学的に事象を捉え理解し，その過程を面白いと感じることが必要である。そこで,以下の研究仮説を立てた。

メタ知識として知識を構成することで,「数学のよさ」を理解し,「数学の面白さ」を感じることができ，主体的に授業に取り組むことができる。

メタ知識について，岩崎（1998）は，以下のように定義している。

「メタ知識とは,『知識についての知識』と言われるもので，知識そのものではなく，知識をどのように捉えているかという数学的な見方にあたる部分を指す。」

本研究でいう「数学のよさ」とは，数学的事象に内在する論理性や規則性などであり，誰もが共通して理解できるものと定義する。また,「数学の面白さ」とは，個人が教材や解の規則性の認識に至るまでの過程，多様な論証・証明方法の可能性などに対して感じる主観的なものであり，人それぞれに感じ方が異なるものと定義する。

３　研究授業の実際

令和５年度後期に,「図形の調べ方」(啓林館　令和２年度版　２年）で次のような実践を行った。

（1）　本単元における「数学のよさ」と「数学の面白さ」について

本単元の「数学のよさ」は７つあると考える。

①根拠を明確にしながら，論理的に物事を解釈できる。(論理性)

②既習事項を活用しながら性質を証明できる。(内容の系統性)

③角の性質を応用することで，様々な図形の角や角の和を求めることができる。(発展性)

④平行線の性質や角の性質など複数の方法で示すことができる。(多様性)

⑤すべてにおいて成り立つ条件を見出し，表すことができる。(普遍性)

⑥より精錬され，単純明快なもので表したり，解決したりできる。(簡潔性)

⑦複数の解法があるが，より速く正確に解く方法を検討できる。(合理性)

また，本単元の「数学の面白さ」は，３つあると考える。

❶前時習った知識を活用して，次の性質を示すことができる。

❷既習事項を活用して複雑な図形の角度も求めることができる。

❸複数の解法があり，比較・検討ができる。

これらを，単元を通して多くの場面で経験し，生徒自身が数学的に活動する中で知識の活用方法を考えたり，新たな性質を見出したりしながら知識を構造化できるようにする。

(2)　単元の構想

この単元は，既習の角の性質を使って，未習の角の性質を証明できるという特性があるため，根拠を明確にしながら系統的・論理的に考えることを重視して構成する。単元計画は以下の通りである（表１）。

表１　「図形の調べ方」の単元計画

次	時	学習内容
1	1	○対頂角の性質
	2	○平行線の性質
	3	○平行線になるための条件
2	４・５	○三角形の内角の和
	6	○三角形の１つの外角の性質
	7	○多角形の内角の和
	8	○多角形の外角の和
	９・10	○くさび形の角の和

(3)　授業の手立て

生徒がメタ知識を構成するために，以下の手立てを行った。

A．既習事項の確認

B．根拠となる性質の記述

C．多様な解法の共有

Aについて，既習事項を黒板に掲示することで，生徒は授業を通していつでもその知識を振り返り，どのような場面でその知識をどのように活用すればよいかを考えることができる。これにより，知識を数学的に見たり，考えたりできるため，メタ知識が構成される。

Bについて，自力解決の場面や共有の場面などで有効となる。生徒自身が根拠を記述することで，既習事項を活用して論理的に思考することを意識するため，知識を関連させることができる。これにより，単体の知識ではなく，知識を関連させてメタ知識として構成される。

Cについて，解法を複数確認することで，多様な考え方を比較・検討しながら自分では考えつかない解法を学び知識を再構成することができる。これにより，新たな知識を獲得し，メタ知識として再構成される。

(4)　授業の実際と考察

ここでは，第２次，第９・10 時の授業について述べる。

①　本時のメタ知識を構成するための知識

生徒がメタ知識を構成するために，既習の角の性質や補助線の引き方が知識として必要になる。その知識を生徒がどの授業でどのように身に付けてきたかを以下に述べる（a・b）。

a．平行線の同位角・錯角（第１次・第２時）

２つの直線が１つの直線に交わるときに同位角と錯角という位置関係の角が出てくる。これは，２つの直線が平行な場合，角度が等しくなる角であり，１つの直線がどのような交わり方をしても必ず等しくなることを学んだ。以下は生徒のワークシートの記述例である（図１）。

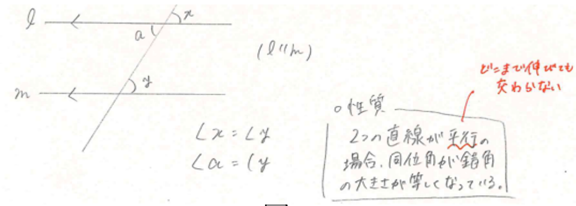

図１

生徒は，２つの直線が平行な場合と平行ではない場合で角度を測り，平行な場合角度が等しくなる性質を見出した。そして，対頂角の性質を根拠に示し，必ず等しくなるという知識を獲得した。

b．補助線の引き方（第２次・第４時）

三角形の内角の和が 180°になることを，根拠を明確にして論理的に説明する授業であった。これを説明するためには，既習事項である対頂角や平行線の性質を用いる必要がある。ここで生徒は，既習の角の性質を使うためには，線を補う必要があることを学んだ。以下は生徒のワークシートの記述例である（図２）。

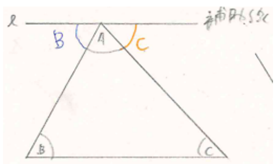

図２

生徒は，補助線が必要なことを学び，底辺に対して平行な線を引き，その線が補助線であることを記述していた。ここで，既習の性質を用いるために，補助線を引けばよいという知識を獲得した。

本時では上記の他に，三角形の１つの外角の性質や多角形の内角の和，外角の和なども知識として習得している。

②　本時の授業場面

この授業では，以下に示す２つの問題を扱った（図３・図４）。

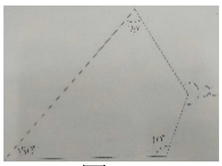

図３

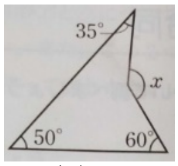

図４

図３を１つ目の問題として扱った。これは既習の凸型四角形であるため，生徒は四角形の内角の和を用いて角の大きさを求めた。その後，教具を用いて，既習の凸型四角形から未習の凹型四角形へと形を変化させ，図４を２つ目の問題として示

した。凹型四角形であるくさび形は，四角形であるかわからないため，生徒は補助線を引き既習の角の性質を組み合わせて角度を求めていった。自力解決の後，グループで考えを共有した。そして，全体で異なる複数の解法を共有し，生徒が見出した性質を確認したり，四角形といえるのか議論したりしながらまとめを行った。

③　生徒の様子・記述

生徒は，試行錯誤しながら多くの解法を見出していた。ここでは，授業の手立てに対しての生徒の様子を記述する。

A．既習事項の確認について

この生徒は，黒板に示された既習事項をワークシートにも記述し，既習の角の性質を振り返りながら角度を求めていた（図５）。

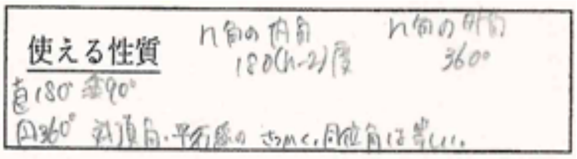

図５

図６

既習事項である角の性質を使うためには，補助線が必要であることも記述していた（図６）。

補助線を引き，角の性質を組み合わせて多様な解き方をしていた。知識を振り返り試行錯誤しながら解いている姿から，既習事項を意識し活用しているため，メタ知識が構成されたと捉えた。よって，有効な手立てだと判断する。

B．根拠となる性質の記述について

この生徒は，根拠を明確に示しながら角度を求めていた。以下は生徒のワークシートの記述である（図７・図８）。

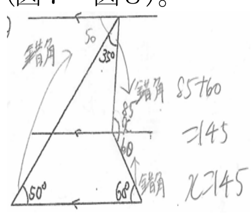
図７


図８

図７・図８のように既習である平行線の性質や三角形の１つの外角の性質などを用いて，工夫して角度を求めていた。知識を組み合わせ，それを記述していることから，生徒は知識を関連させてメタ知識として構成したと考える。よって，有効な手立てだったと判断できる。

C．多様な解法の共有について

この生徒は解法の共有により新たな発見をし，ワークシートに記述していた（図９・図10）。

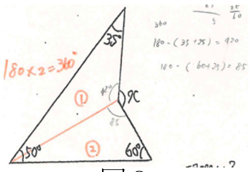
図９

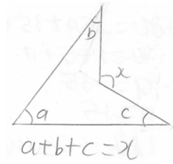
図10

図９のように，三角形２つにわけることができるため，くさび形も四角形であることを記述していた。また，図10のように３つの内角を足すとへこんでいる角になることを記述している生徒もいた。これは，解法を共有し比較検討することで，メタ知識として構成した姿だと捉えた。よって，有効な手立てだと考える。

この授業で多くのメタ知識を構成したことにより，生徒は振り返りに「仕組みを説明するのは難しいが，それができるのが数学のよさ」，「どんなときでも成り立つルールを示せる」，「問題によって方法を変えることもできる（工夫ができる）」などのように記述していた。このことから，多様性や合理性，普遍性，論理性などの「数学のよさ」が理解されたと捉えた。また，「わかっていることが増えて，問題が解ける」，「様々な要素を組み合わせると，多くの解き方ができること」などの記述が見られ，解法が複数あることや新たな発見があることに面白さを見出している生徒も見られた。

４　研究仮説の検証

(1)　授業アンケートの結果と考察

①　クラスの意識の変容

授業実践前と後のアンケート（図形）と振り返りの結果の変容は以下の通りである（表２）。

表２　クラスの意識の変容

	事前	事後	増減
図形の学習内容はおもしろい。	53.9%	66.6%	+12.7
図形にはよさがある。	50.0%	80.8%	+30.8

「図形のよさ」と「図形の面白さ」どちらも10ポイント以上の向上が見られるため，大きな成果だったと捉えた。これは，授業の手立てにより「数学のよさ」や「数学の面白さ」を感じることができ，主体的な学びにつながったからだと考える。また，「図形のよさ」は30ポイント以上の向上が見られ，この単元を通してよさを具体的に理解した結果と捉えた。

②　「数学のよさ」と「数学の面白さ」の関係性

生徒がどのようにそれぞれを捉えているかを把握するために，アンケートを数値化し，散布図を書き，相関係数を計算した（図11）。

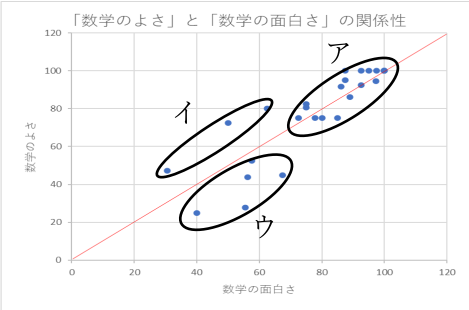

図11　「数学のよさ」と「数学の面白さ」の散布図

図11から相関係数を計算すると, 0.88であり, 非常に強い正の相関がある。つまり,「数学のよさ」と「数学の面白さ」は生徒の中で密接に関わっていて, 数学がよいと感じる生徒ほど数学が面白いと感じることを表す。

散布図のアの群は,「数学のよさ」と「数学の面白さ」を７割５分以上感じている集団である。筆者の目指す, 数学がよいと理解し, 面白いと感じている集団であり, 研究の成果が出た結果であると捉えられる。

イの群は,「数学のよさ」の得点が高い集団である。これは, 性質などのよさや有用性に気付いたが, 活用して問題を解くことが少なかったため, 達成感から得られる面白さにつながらなかったからだと考える。また,「数学のよさ」も数値が高くはない。授業で検討・共有する時間を設けることでより理解が促され, 数値が上がると考える。

ウの群は,「数学の面白さ」の得点が高い集団である。この集団の特徴は, 友達との交流の場面などに面白さを感じており, 数学の価値や有用性に余り目が向いていない。イの群と同様, 授業で「数学のよさ」について検討・共有することで数値は上がっていくと考える。

(2)　研究の省察

メタ知識を構成したことにより, 多くの生徒が「数学のよさ」を理解することができた。また, その「数学のよさ」を面白いと感じたり, 友達と解法を共有し, 新たな発見をすることを楽しんだりしており,「数学の面白さ」も感じることができたと考える。よって,「図形」の分野において, メタ知識として知識を構成すると「数学のよさ」が理解でき, それを面白いと感じることができると考えられる。また, 思考錯誤しながら問題に取り組んでいる姿も見られ, 主体的に取り組む姿に表れていたと捉え, 仮説は検証できたと考える。

5　総括

(1)　２年間のまとめ

生徒が主体的に学ぶ授業を研究してきた。１年前期には, 学習課題と数学的活動に着目した。問題提示を工夫し, 生徒の疑問から学習課題を構成し, その後数学的に追究する授業を目指した。問題を工夫し興味を引き出すことはできたが, 生徒の興味は分散し, 本時で検討したいことに目を向けさせることができなかった。しかし, １年後期には学習課題を生徒の疑問から構成し, その内容について数学的に活動する姿を見ることができた。一方, 生徒が本時の内容について試行錯誤しながら考えていたが,「数学のよさ」を理解しているかは筆者の主観的判断となった。

１年次の成果と課題を踏まえ, ２年前期ではアンケートを取ることで生徒が「数学のよさ」,「数学の面白さ」をどのくらい理解・実感しているのかを捉えた。これにより, ９割以上の生徒が数学がよいと感じ, 主体的に授業に取り組んでいることがわかった。また, 日常とのつながりを意識した問題を提示したため,「数学のよさ」は日常とのつながりがあることと記述する生徒が多かった。このことを踏まえ, ２年後期では日常とのつながりがなくても, 多くの「数学のよさ」を理解できるように単元で実践を行った。これにより生徒は, 多様性や論理性, 普遍性など多くの「数学のよさ」を理解し, それを面白いと感じることができ, 主体的に授業に取り組むことが明らかとなった。

(2)　今後の展望

生徒が「数学のよさ」をどのような構造で捉えているかがはっきりしておらず, 図形の単元以外で検討ができていない。また, 対象も少なく結論を述べるのは難しい。よって, 他の単元や学年での実践が必要と考える。「数学のよさ」については, 先行研究から構造を自分自身が把握し, 生徒に授業の中で伝えていくことを意識して今後の授業を行いたい。また, 本研究と同様のアンケートの実施を継続し, 生徒の中での「数学のよさ」の構造を明らかとし, それを指導に生かすことで生徒が主体的に授業に取り組めるようにしていきたい。

引用文献

岩崎浩 (1998),「「メタ知識」を視点とした授業改善アプローチ　～「指示の文脈」と「記号体系」との間の相互作用～」, 全国数学教育学会誌,『数学教育学研究』, 第４巻, pp. 83～103.

岡本和夫他 (2021),『未来へひろがる　数学２』, 啓林館.

文部科学省 (2017),『中学校学習指導要領解説　数学編』, 日本文教出版.

IEA,『国際数学・理科教育動向調査』(文部科学省 HP, 2022/8/2 確認)
http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/gakuryoku-chousa/sonota/detail/1344312.htm