

生徒が見通しをもって自力解決に取り組む中学校数学の授業

— 3つの見通しに着目した実践的研究 —

岩崎真理子（教育実践コース）

1 本研究の目的と方法

(1) 研究の目的

現在の数学教育においては、一般的に生徒自身が問題をつくり解決するといった問題解決型の授業が行われている。中でも、大久保（1992）は、生徒の問題解決能力を育成するために自力解決が重視されており、1人1人の子どもが自ら問題を見つけ、筋道を立てて考え、自力解決することが必要であると述べている。問題解決学習の全ての相が重要であることは当然であるが、まずもって自力解決が成立し、充実した数学的活動がなされなければ、その後の資質・能力の育成を達成することは難しく、つまり自力解決は数学学習の入口として重要な意味を持つ。このことから、本研究の目的を「数学的な資質・能力の育成を目指し、生徒自身による自力解決を促す学習指導の在り方を明らかにすること」とする。

(2) 研究の方法

1点目に、実習校で参観した授業を対象として、生徒の学習の自力解決の過程を分析する。生徒が何を手がかりとしてどのように自力解決に取り組んでいるかを具体的な姿から考察する。

2点目に、1点目から得られた考察と課題を踏まえ、生徒の自力解決を促す働き掛けを取り入れた授業実践を行う。その中で生徒の学習の様子や、授業者の働き掛けの有効性を分析することにより、自力解決の成立要件を明確にする。

2 授業観察による自力解決の成立要件の考察

(1) 目的

本研究の目的を達成する学習指導にせまるためには、数学を学習することに困難を感じている生徒が、どのような場面で、何が原因で困難を抱えているかを探る必要がある。そのため、1年次前期の研究の目的を、生徒の学習過程を分析することを通して、自力解決の成立に必要な要件を明らかにすることとする。

(2) 方法

授業参観を行い、生徒の学習の様子を逐語記録する。自力解決に取り組めていない生徒の記述の様子や他の生徒との関わりを観察し、自力解決に

至らない要因を探っていく。

(3) 授業の概要と分析、考察

① 授業の概要

本時では、式の値についての内容が扱われていた。これまでに、数量を文字式で表すことや、文字式がどのような数量を表しているかを読み取る学習が行われている。ここでは、文字式の文字に値を代入し、式の値を求めることを通して、文字式の機能を理解することがねらわれている。

今回考察対象とする場面では、指数を使って書かれた式の値を求める問題が扱われている。自力解決の活動では、式の文字と代入する値の対応を捉えて値を代入した式を記述し、正しく計算する姿が求められる。

初めに教師が、例題の解法を解説した。そこでは、計算ミスが起きやすい問題であること、必ずかっこをつけて計算することが強調されていた。生徒Aは、例題の板書をうつし終わるとすぐに類題5を解き始めた。教師の解説での途中式と同じように途中式を書き、正答を求められていた。しかし、類題6に進むと、 x の値を代入した式を書くことができずにいた。教科書の例題をしばらく見た後、式を書き直そうとしていたが、再び手が止まっていた。その後少しして、教師による解説が始まると、板書に示されている正しい解法を赤ペンで書いていた。

② 授業分析

生徒Aは、類題5は教師の解説での途中式と同じように途中式を書き、正答が得られている。しかし、類題6ではそれまでの問題と同じ方法で解くことができていなかった。これは、代入する値と、代入する対象（文字）の対応が十分に理解できていない姿であると捉えられる。類題6では、値が分数になっており、生徒にとって類題5とは質の異なる問題として捉えられていると想定される。したがって、値を代入して式の値を求めるという解法は共通しているものの、代入する値と、代入する対象（文字）の対応の理解が不十分であることから、生徒の手が止まり、自力解決に取り組むことができていなかったといえる。

③ 考察

分析結果より、見通しはあるものの知識を活用することができなかつたり、断片的な見通ししかもてていないために解へと結びつかなかつたりしたことにより、活動が停滞していた。したがって、生徒自身が自力解決を行うためには、解法が一方的に与えられるだけでは不十分であり、解決の見通しをもたせるための働き掛けを行う必要があると考えられる。

3 見通しに着目した実践

(1) 目的

前章の考察をふまえ、本章の目的を、「生徒に見通しをもたせるために有効な働き掛けの在り方を探ること」「生徒が見通しをもつことがその後の自力解決に与える影響を探ること」とする。

(2) 見通しへの着目

① 見通しの有効性

生徒自身による自力解決を重視した問題解決学習を行うために、生徒はただ漠然と考えるのではなく、解決に向けた見通しをもって思考することがより効果的であると大久保(1992)は述べている。したがって、生徒に見通しをもたせるための働き掛けを取り入れた学習指導を行うことは、本研究の目的を達成させるために有効であると考えられる。

② 見通しの定義

見通しについては様々な研究が行われており、その捉え方は多様であるが、共通する特徴として山田(2010)は「見通しにはいくつかの種類があること」「見通しは直観に関係があること」「見通しは問題場面と問題解決とのつながりに関係があり、変化すること」(p.97)を挙げている。

本研究においては、自力解決を促すための働き掛けとしての見通しに着目している。したがって、上記の特徴を踏まえつつ、見通しの定義を布川(2007)が示している「解決で求められているゴールと問題場面について理解していることとのつながりが見えること」(p.6)とする。

③ 見通しの3つの分類

見通しについて、齊藤(1988)は3つに分類されると述べている。

問題全体をつかむ見通し

教師から一方的に与えられた問題を、やってみようという追究問題へと変えるための、問題の理解や把握を行う段階である。

結果の見通し

問題解決にあたり、問題で与えられている条件から結果の検討をつける段階である。そこでは、結果(解)がどのくらいになるか、どの範囲にはいるかなどの概算、概則の見積もりがたてられる。

方法の見通し

これは、既習事項(知識・技能、ストラテジー)や日常生活経験を基に、どのようなアイデアをもってきてどのように実行したら目標に到達できそうかについて考える段階である。この中には、どのストラテジーを使えば解決できそうかという方法を発見する見通しと、それをどのように実行したらよいかと方法全体を計画する見通しを含んでいる。

以上の3つの見通しを、実践する授業構想や分析の際の視点として、研究を進める。

(3) 方法

研究の方法は、複数の単元において生徒が見通しをもって自力解決に取り組めるような働き掛けを取り入れた授業を設計し、実践を行う。また、実践の授業記録を分析し、有効な働き掛けの在り方や自力解決との関連について考察する。

自力解決時の生徒の姿から、「見通しをもたせるための働き掛けがその後の自力解決にどのような影響を与えたか」を分析の観点とする。

(4) 授業の概要と分析、考察

① 授業の概要

本時は基本の作図の利用についての内容を扱った。はじめに、2点から等しい距離にあり、かつ1点から最も近い場所にある開会式の会場の場所を求めるといった問題を提示する。本時のねらいは「垂直二等分線と垂線の作図によって開会式の会場を見つける活動を通して、基本の作図を具体的な場面で活用することができる。」である。本時のねらいにせまるために、生徒が「これまでに学習した基本の作図をどのように使えば良いか分からない」という課題意識をもち、自力解決段階においては「予想した開会式の会場の場所や、作図した線の性質を基に、基本の作図を利用して開会式の会場の場所を求めようとする姿」がみられることをねらった。

各見通しにおける授業者の働き掛けと、自力解決時ワークシートの記述などから見られた生徒の姿は以下の通りである。

結果の見通し

授業者…問題の解を予想させる。

生徒…予想した場所に向けて作図している。

作図した線が予想した場所とずれていたことから、作図を修正する。

問題全体をつかむ見通し

授業者…点Aを見つけるためには作図が有効であるという見当をつけさせる。

生徒…「開会式の場所を見つける」という問題から「どのように基本の作図を利用すれば良いか」という本時の追究課題を見出す。

方法の見通し

授業者…既習の作図方法と作図した線の性質を共有する。

生徒…既習内容をまとめたプリントを見ながら作図をする。

② 授業分析

自力解決時の生徒の姿から、見通しをもたせるための働き掛けが、その後の自力解決にどのような影響を与えていたかを分析する。

結果の見通し

問題提示後に解を予想させたことに対して、自力解決時、予想した場所に向けて作図しようと考えている生徒や、作図した線が予想した場所とずれていたことから作図を修正している生徒の姿が見られた。結果の見通しを共有したことが有効に働いていた生徒もいたといえる。

問題全体をつかむ見通し

自力解決時、生徒は問題の条件から点Aの場所を見つけるために、基本の作図を活用していた。このことから、生徒は問題を解決するために作図をどのように活用すれば良いかという追究課題を見出しており、またその解決に向けて活動していた。したがって、この見通しの共有は有効に働いていたといえる。

方法の見通し

既習内容を想起させるために作図方法と作図した線の性質を共有し、既習内容をまとめたプリントを見ながら、様々な作図を試してみる生徒の姿が見られた。このような生徒は、解決方法を推測して試してみるという活動には取り組んでいたといえる。ただし、結果の見通しと結びつけながら解決方法を計画してから活動に取り組む姿までには至っていないと捉えられる。

③ 考察

生徒は授業内で共有した様々な内容を基に課題解決に取り組んでいる様子が見られた。このことから、見通しをもたせるためにどのような働き掛けが有効であるかについては、生徒によって異なることが示唆される。一方で、3つの見通しをもたせるために段階的に働き掛けを行ったことで、多くの生徒が見通しをもって課題解決に取り組むことができていた。生徒がどの段階で、何を基に見通しをもつことができたか、またそれによって授業のねらい達成につながる自力解決の活動に取り組むことができたかを分析することで、より有効な働き掛けの在り方を探ることができるのではないかと考える。

4 3つの見通しの手立てに着目した実践

(1) 目的

前章での実践から、自力解決場面に限った授業分析では、見通しについての有効な働き掛けを探るには不十分であった。それを踏まえ、本章は、分析対象となる授業記録をビデオ記録による詳細なものとし、また分析の観点も授業全体を通して設定することで、見通しが共有、成立する時の様子を分析し、新たな知見を得ることをねらう。

(2) 方法

研究の方法は、見通しへの働きかけに着目した授業実践及び分析、考察を行う。分析の観点は、「3つの見通しがどのように成立し、共有されたか」「見通しが自力解決にどのように作用しているか」「本時のねらいは達成されたか」の3点とする。

(3) 授業の概要と分析、考察

① 授業の概要

本時では多角形の内角の和についての内容が扱われており、本時のねらいは「多角形の内角について、三角形の性質を使うために多角形を補助線で分ける活動を通して、規則性を基に公式を導くことができる。」である。本時のねらいにせまるために、生徒は「二十角形など、角の数が多くなると図示することができず、三角形に分けることができない」という課題意識をもち、自力解決段階においては「増え方のきまりを見出して三角形の個数及び内角の和を求める姿」が見られることをねらう。

各見通しにおける授業者の働き掛けと生徒の反応は以下の通りである。

結果の見通し

n角形の内角の和について、nに代入する数が大きい程内角の和が大きくなることは容易に想定できるため、結果の見通しは扱わなかった。

問題全体をつかむ見通し

授業者…多角形の内角の和を求めるには何が分かれば良いかを問う。

生徒…「三角形の個数が分かれば求められる。しかし図がかけないので三角形がいくつになるかが分からない。」という問題意識が共有された。

方法の見通し

授業者…多角形の三角形の個数を調べるために既に分かっている値を整理させる。

生徒…これまでに求めた値を表にまとめた。

② 授業分析

自力解決時の生徒のノートの記述を見ると、様々な見方から表にある値の増え方のきまりを見出し、規則性を基に二十角形の内角の和を求めようとしていた。見通しで強調した三角形の個数を求めるために、「三角形の個数が1ずつ増えていること」「多角形の角の数と三角形の個数が2少ない関係になっていること」「多角形の角の数と三角形の個数が一次関数（三角形の個数＝多角形の角の数－2）の関係になっていること」といったきまりを見出ししていた。このような生徒は、二十角形の場合についても同様の考えを用いて内角の和を求められている場合が多かった。また、その他に、「多角形と内角の和が一次関数（内角の和＝ $180 \times$ 多角形の角の数－360）の関係になっていること」など、三角形の個数以外の所からきまりを見つけている生徒もいた。このような生徒の中には、七角形から二十角形まで順に求めていったり、きまりは見つけたものの二十角形の内角の和は求められていなかったりする生徒もいた。

③ 考察

授業者が二十角形を図で表すことができないと示したことから、生徒は三角形の個数が分かれば求められるという見通しをもった。そのことを、三角形の個数が分からないから求められないという問題意識として共有した上で、それを求める方法の見通しへとつなげた。きまりを見出すために機能する表にまとめるという考えは、生徒から挙がることをねらったものの、授業者が提示する形となった。そこでは、表にまとめる目的や表にま

とめることの良さは扱われず、これまでの内容を整理するために用いられた。このことから、三角形の個数についての問題意識と表の見方が結びつかず、二十角形の内角の和を求めるに至らなかった生徒がいたと考えられる。反対に、自力解決ができていた生徒は、三角形の個数が分からないという問題意識をもちながら、表を三角形の増え方のきまりに着目して見ることで、有効な規則性を見出せていたと捉えることができる。

したがって、それぞれの見通しを独立したものとして捉えるのではなく、生徒自身がつながりを意識しながら問題全体をつかむ見通しと方法の見通しをもつことが、その後の自力解決に有効に機能するために必要であると考えられる。

5 本研究の成果と課題

(1) 研究の成果

本研究の成果は、「生徒自身による自力解決を促す学習指導のために、3つの見通しに着目した実践を行い、その有効性を見出したこと」「見通しの成立要件として、教師が与えるのではなく生徒自身が見通しをもつこと、問題や課題意識とのつながりをもった見通しをもつことが必要であると明らかにしたこと」の2点である。

(2) 今後の課題

見通しをもつきっかけとなる内容や働き掛けは、学習する教材や生徒の実態によって異なる。そのため、今後さらに実践、分析を重ね、さらなる見通しや自力解決の成立要件を明らかにするとともに、それらを体系化して数学の学習指導にいかしていくことが今後の課題である。

引用文献

布川和彦「問題解決の見通しと問題場面への働きかけ」、『楽しい算数の授業』、2007年12月号No.280、4-6。

大久保和義「問題解決における見通しの役割」、『数学教育論文発表会論文集』、日本数学教育学会、1992、339-344。

齊藤和久「算数科における問題解決の見通しとその指導」、『数学教育論文発表会発表要項』、日本数学教育学会、1988、35-40。

山田耕世「子どもが見通しをもつためのScaffoldingの研究」、『数学教育研究』、新潟大学教育学部数学教室、2010、95-108。